

Les nombres relatifs

Définitions :

Un nombre relatif est un nombre précédé d'un signe.

Si ce signe est "+", le nombre est dit positif.

Si ce signe est "-", le nombre est dit négatif.

La distance à zéro d'un nombre relatif est la distance séparant ce nombre de 0.

Astuce :

La distance à zéro d'un nombre est le nombre privé de son signe.

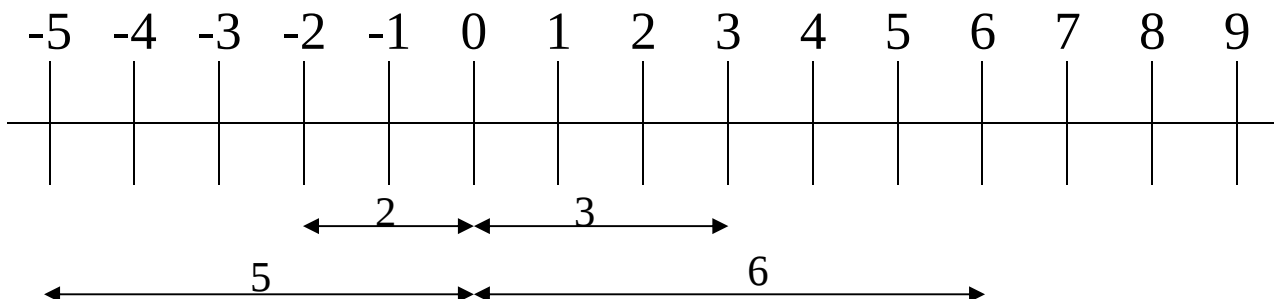
Exemples :

La distance à zéro de -5 est 5.

La distance à zéro de -2 est 2.

La distance à zéro de +3 est 3.

La distance à zéro de +6 est 6.

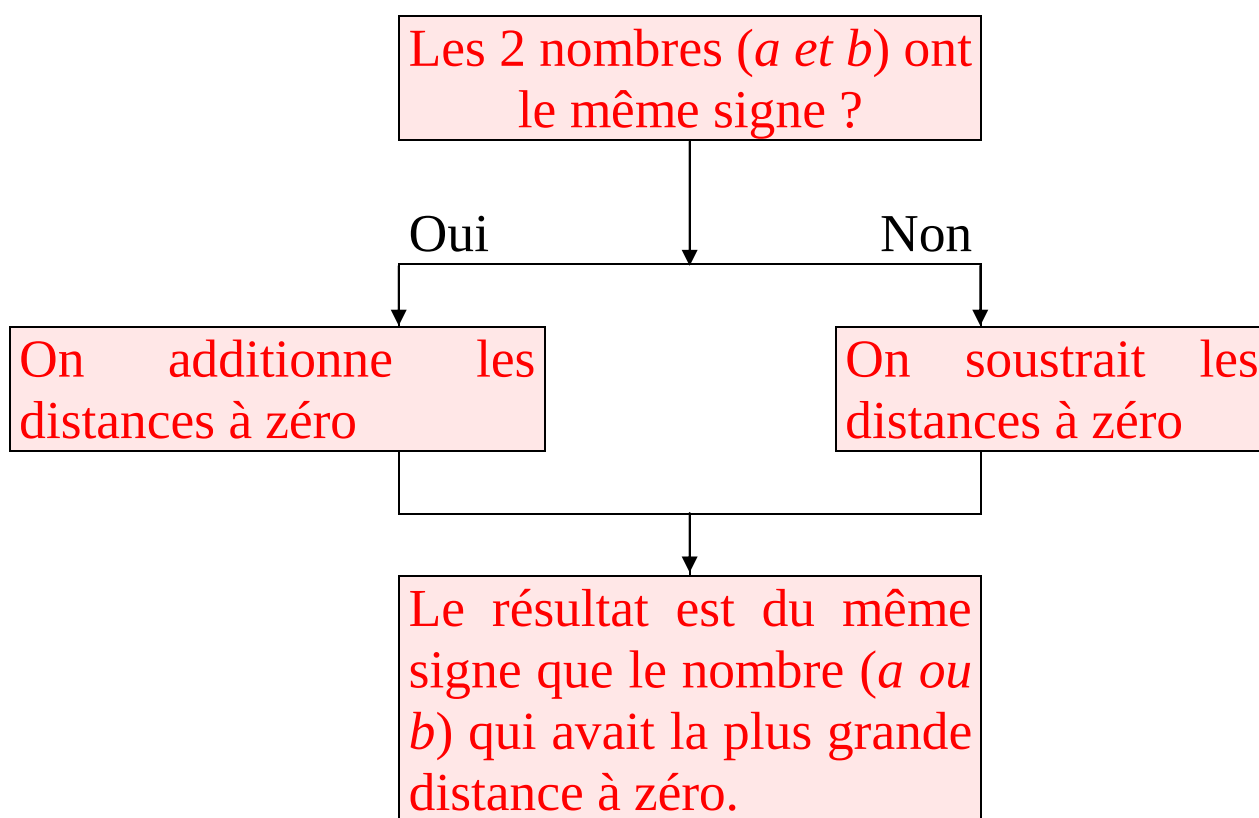


Convention :

Les mathématiciens ont décidé de ne pas mettre de signe devant les nombres positifs.

Propriété admise

Pour additionner deux nombres relatifs ($a + b$), on procède comme suit :



Exemples :

$5 + 3$? 5 et 3 ont le même signe, donc on additionne leurs distances à zéro. Le résultat est du signe de 5 donc il est positif, donc $5 + 3 = 8$.

$(-5) + (-3)$? -5 et -3 ont le même signe, donc on additionne leurs distances à zéro. Le résultat est du signe de -5 donc il est négatif, donc $(-5) + (-3) = -8$.

$5 + (-3)$? 5 et -3 n'ont pas le même signe, donc on soustrait leurs distances à zéro. Le résultat est du signe de 5 donc il est positif, donc $5 + (-3) = 2$.

$(-5) + 3$? -5 et 3 n'ont pas le même signe, donc on soustrait leurs distances à zéro. Le résultat est du signe de -5 donc il est négatif, donc $(-5) + 3 = -2$.

Définition :

L'opposé d'un nombre a est le nombre noté $-a$ tel que
 $a + (-a) = 0$.

Astuce :

Pour prendre l'opposé d'un nombre, il suffit de changer son signe.

Exemples :

L'opposé de 2 est noté -2 et vaut -2

L'opposé de -2 est noté - (-2) et vaut 2 donc $-(-2) = +2$.

Définition :

Soustraire, c'est additionner l'opposé.

Exemples :

Soustraire 2 c'est additionner -2.

Soustraire 5 c'est additionner -5.

Soustraire -4 c'est additionner 4.

Soustraire -7 c'est additionner 7.

Astuce :

$$- 2 = + (-2)$$

$$- 5 = + (-5)$$

$$- (-4) = + 4$$

$$- (-7) = + 7$$

Exemples de soustractions

$$5 - 2 = 5 + (-2) = 3$$

$$4 - 5 = 4 + (-5) = -1$$

$$5 - (-4) = 5 + 4 = 9$$

$$6 - (-7) = 6 + 7 = 13$$

Comment calculer une somme algébrique ?

On transforme les soustractions en additions et on effectue les sommes séparées des termes positifs et négatifs.

On termine en additionnant ces deux résultats (sans oublier le signe devant la somme des nombres négatifs).

Exemple :

$$\begin{aligned} & (-5) + 3 - 4 + 5 + (-3) - 4 + 7 \\ &= (-5) + 3 + (-4) + 5 + (-3) + (-4) + 7 \\ &= (-5) + (-4) + (-3) + (-4) + 3 + 5 + 7 \\ &= (-16) + 15 \\ &= \boxed{-1} \end{aligned}$$

Astuce :

On supprime les parenthèses, puis on effectue le travail précédent en additionnant les positifs et les négatifs (veiller à bien garder le signe qui se trouve devant un nombre lors du "réarrangement").

Exemple :

$$(-5) + 3 - 4 + 5 + (-3) - 4 + 7$$

$$= -5 + 3 - 4 + 5 - 3 - 4 + 7$$

$$= -5 - 4 - 3 - 4 + 3 + 5 + 7$$

$$= -16 + 15 = -1$$

$$= -5 + 3 - 4 + 5 - 3 - 4 + 7$$

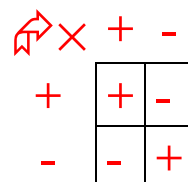
$$= -4 - 4 + 7$$

$$= -8 + 7 = -1$$

Propriété règle des signes admise

Le produit de deux nombres de même signe est positif

Le produit de deux nombres de signes contraires est négatif.



	×	+	-
+	+	-	
-	-	+	

La règle des signes s'applique aussi pour les divisions.

Comment multiplier deux nombres relatifs ?

1. On multiplie leurs distances à zéro.
2. On détermine le signe en utilisant la règle des signes.

Exemples de produits

$$5 \times 2 = +10$$

Les 2 nombres ont le même signe, le produit est positif.

$$5 \times (-2) = -10$$

Les 2 nombres n'ont pas le même signe, le produit est négatif.

$$(-5) \times 2 = -10$$

Les 2 nombres n'ont pas le même signe, le produit est négatif.

$$(-5) \times (-2) = +10$$

Les 2 nombres ont le même signe, le produit est positif.

$$10 \div 2 = +5$$

Les 2 nombres ont le même signe, le quotient est positif.

$$10 \div (-2) = -5$$

Les 2 nombres n'ont pas le même signe, le quotient est négatif.

$$(-10) \div (-2) = +5$$

Les 2 nombres ont le même signe, le quotient est positif.

$$(-10) \div 2 = -5$$

Les 2 nombres n'ont pas le même signe, le quotient est négatif.

Propriété admise

Pour déterminer le signe d'une expression numérique dans laquelle n'interviennent que des multiplications et des divisions, il suffit de compter le nombre de facteurs négatifs.

Si ce nombre de facteurs négatifs est pair (0, 2, 4, 6, 8 ...), le produit est positif.

Si ce nombre de facteurs négatifs est impair (1, 3, 5, 7, 9...), le produit est négatif.

Exemples :

$2 \times 5 \times (-4) \times 3 \times (-4) \times (-4) \times 5$ est négatif car il y a un nombre impair (3) de facteurs négatifs.

$2 \times (-5) \times (-4) \times 3 \times (-4) \times (-4) \times 5$ est positif car il y a un nombre pair (4) de facteurs négatifs.



ATTENTION, la propriété précédente ne "marche" que s'il y a des multiplications et des divisions. Il ne faut surtout pas l'utiliser lorsqu'il y a des additions ou des soustractions.

Propriété priorités opératoires admise

Pour calculer une expression numérique, on procède selon l'ordre suivant :

1. On calcule l'intérieur des parenthèses. Si des parenthèses sont imbriquées (l'une dans l'autre), on commence par celles qui sont le plus à l'intérieur.
2. On effectue les multiplications et divisions (de gauche à droite).
3. On termine toujours par les additions et soustractions (de gauche à droite).

Exemple

$$\begin{aligned} & 10 + 5 \times (3 - (3 + 5 \times 7)) \\ &= 10 + 5 \times (3 - (3 + 35)) \\ &= 10 + 5 \times (3 - (38)) \\ &= 10 + 5 \times (-35) \\ &= 10 + (-175) \\ &= \boxed{-165} \end{aligned}$$

Astuce

Dans le cas de parenthèses imbriquées, il peut être utile de mettre en couleur les paires de parenthèses pour repérer les calculs à effectuer.