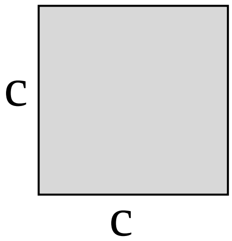
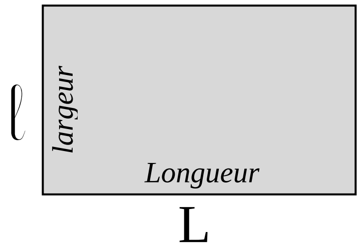
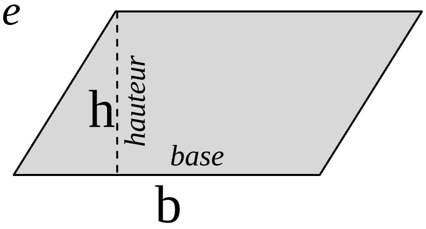
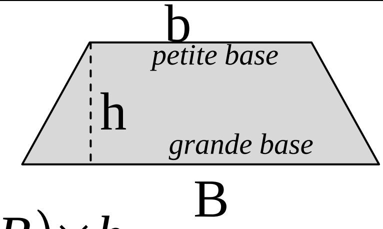
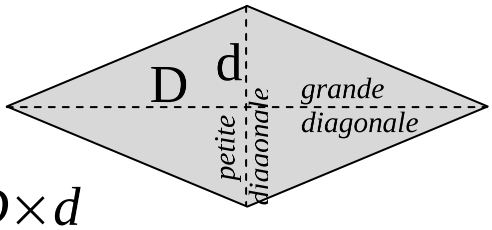
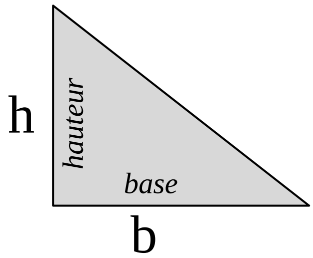
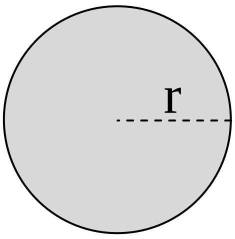
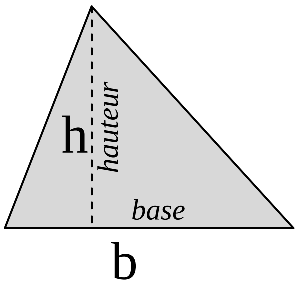
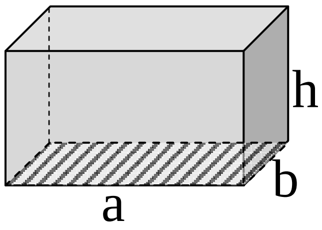
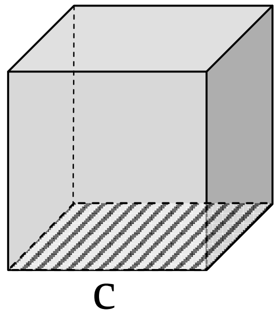
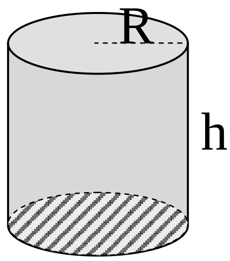
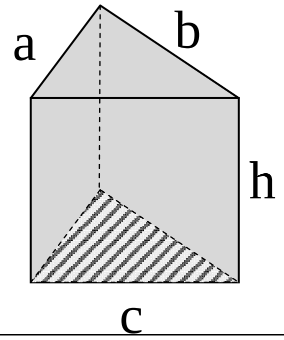
Solides

I – Rappel sur les aires

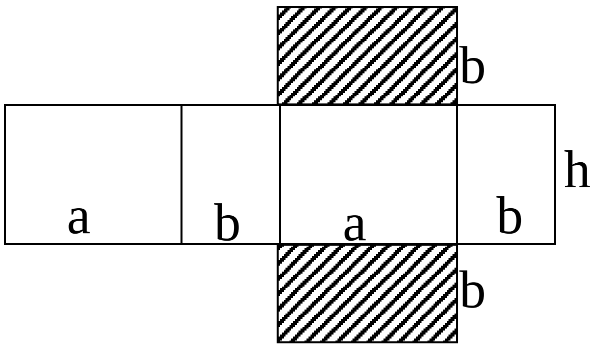
Carré  Aire = c^2	*Rectangle*  Aire = $L \times l$
Parallélogramme  Aire = $b \times h$	*Trapèze*  $\text{Aire} = \dfrac{(b+B)\times h}{2}$
Losange  $\text{Aire} = \dfrac{D\times d}{2}$	*Triangle rectangle*  $\text{Aire} = \dfrac{b\times h}{2}$
Disque / cercle  Aire = $\pi \times r^2$ Périmètre = $2 \times \pi \times r$	*Triangle*  $\text{Aire} = \dfrac{b\times h}{2}$

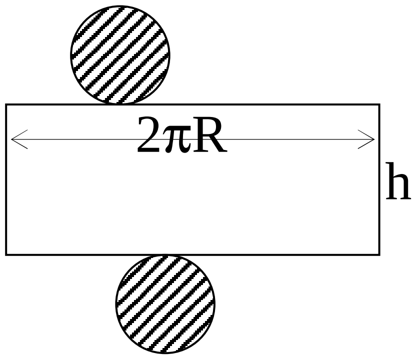
II – La famille des prismes

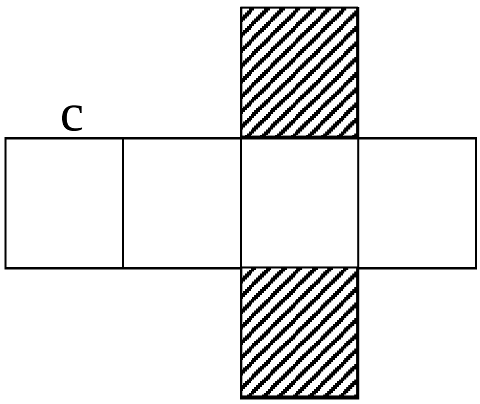
Parallélépipède rectangle *Pavé droit*	*Cube*	*Cylindre*	*Prisme droit*
			

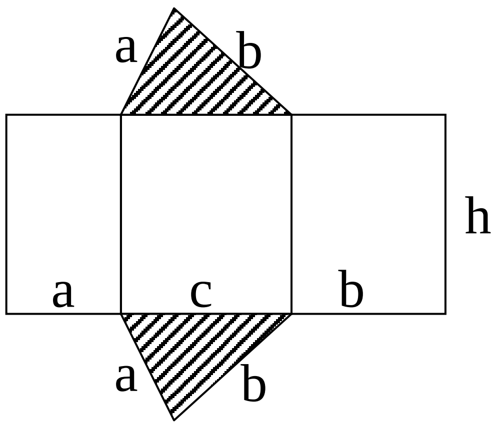
$$\text{Volume} = \text{Aire de la base} \times \text{hauteur}$$

$V = a \times b \times h$	$V = c^2 \times c = c^3$	$V = \pi R^2 \times h$	$V = \text{aire triangle} \times h$

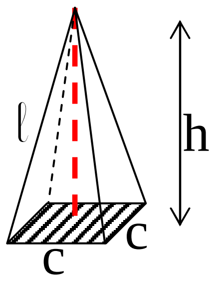
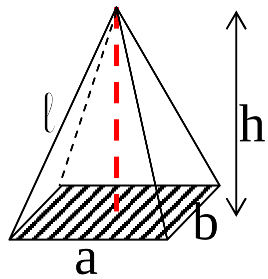
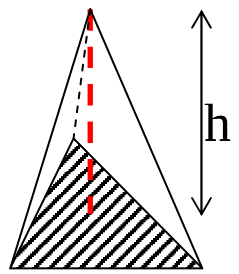
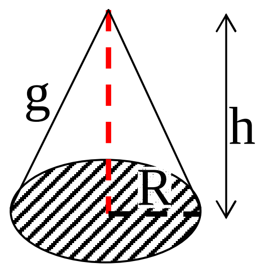








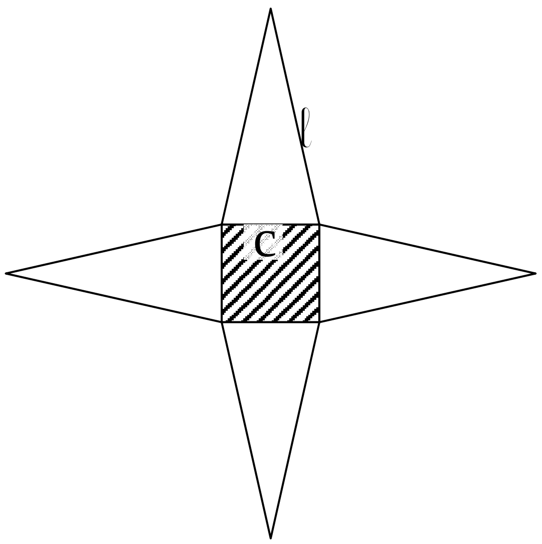
III – La famille des pyramides

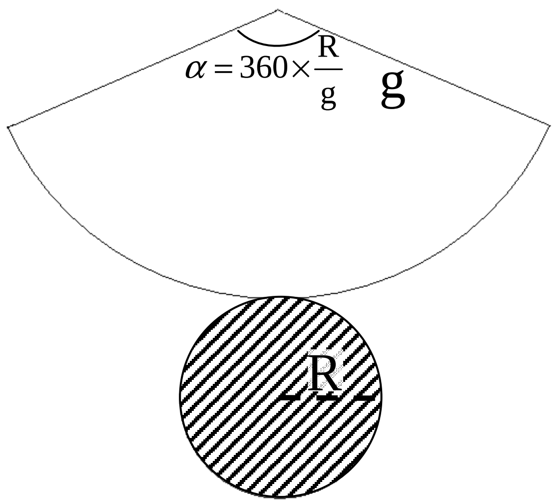
Pyramide régulière	*Pyramide*	*Tétraèdre*	*Cône*
			

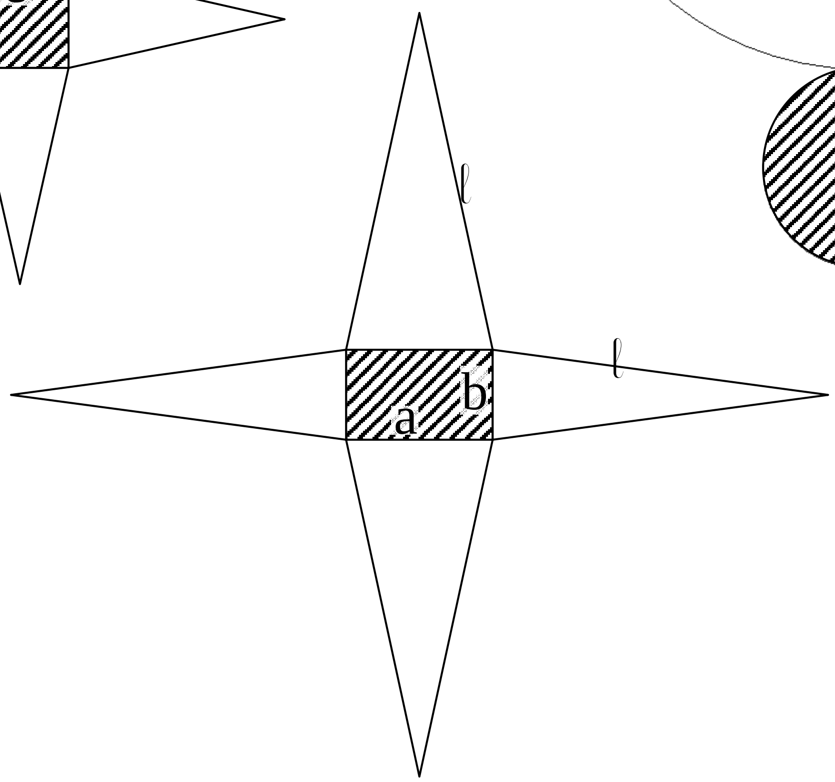
$$\text{Volume} = \frac{\text{Aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$$

$V = \dfrac{c^2 \times h}{3}$	$V = \dfrac{a \times b \times h}{3}$	$V = \dfrac{Aire_{triangle} \times h}{3}$	$V = \dfrac{\pi \times R^2 \times h}{3}$

Sur les patrons, la hauteur des triangles n'est pas la hauteur du solide ($\ell \neq$ h).

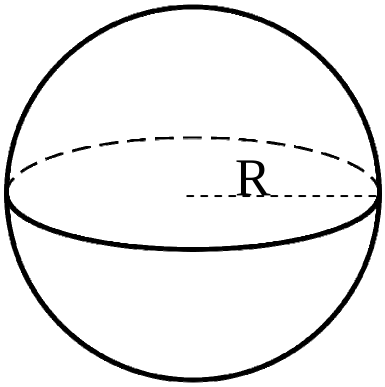






IV – La boule et la sphère

La boule est l’intérieur.
La sphère est l’enveloppe.



$$\text{Volume} = \frac{4}{3} \times \pi \times \mathrm{R}^3$$

$$Aire = 4 \times \pi \times \mathrm{R}^2$$

V – Conversions

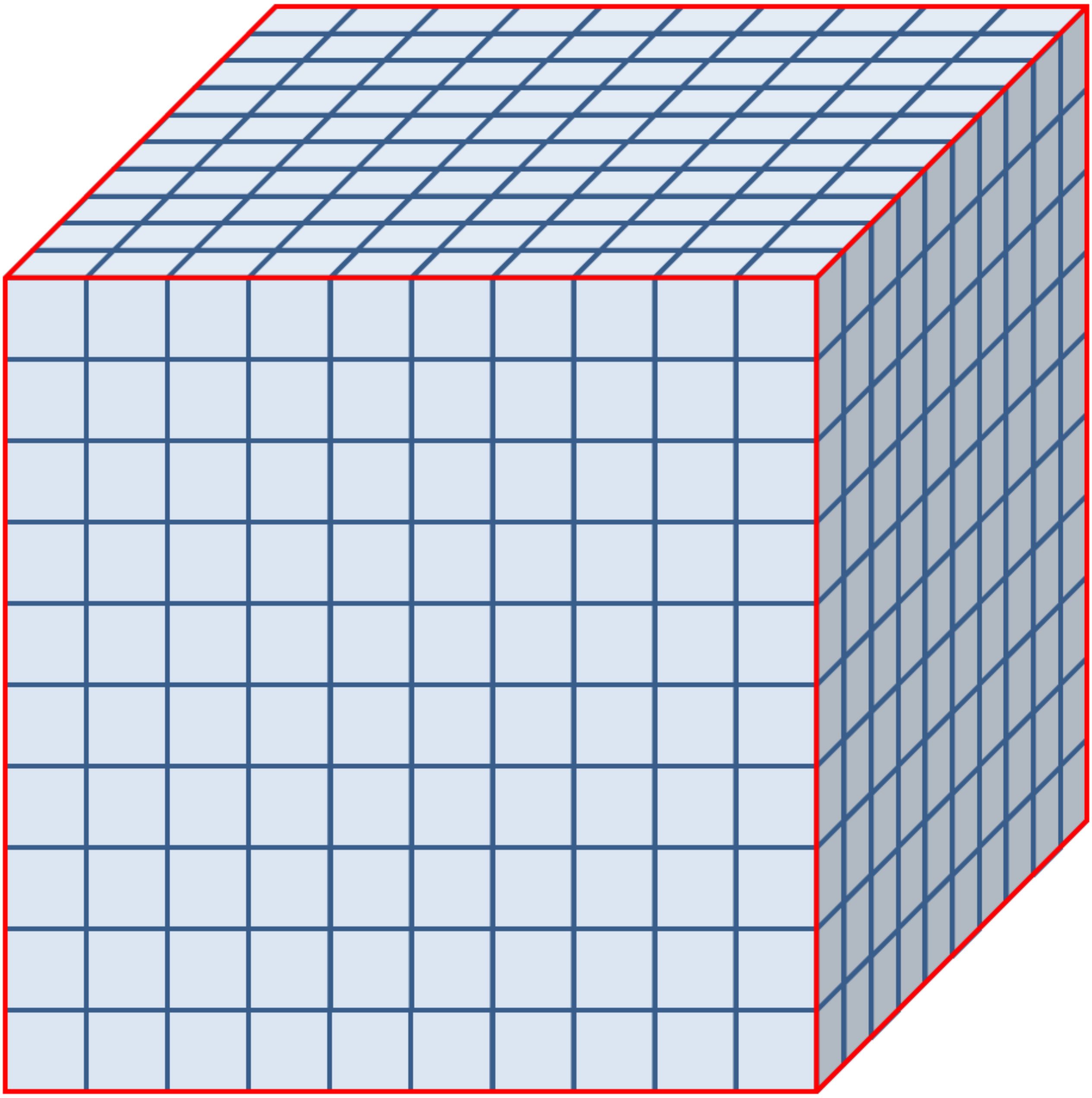
km	hm	dam	m	dm	cm	mm

km^2		hm^2		dam^2		m^2		dm^2		cm^2		mm^2	
			ha		a		ca						
			1	0	0								

1 ha se lit « un hectare »
1 a se lit « un are »
1 ca se lit « un centiare »

km^3			hm^3			dam^3			m^3			dm^3			cm^3			mm^3		
												hL	daL	L	dL	cL	mL			µL

$1\ dm^3 = 1L$



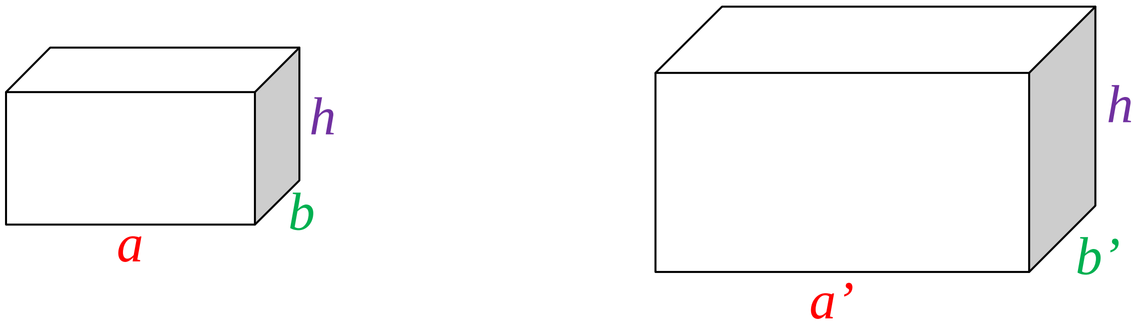
VI – Agrandissements - réductions

Propriété admise

Si une figure est un agrandissement (ou une réduction) d'une autre figure de rapport k :

- les distances sont multipliées par k,
- les aires sont multipliées par k^2,
- les volumes sont multipliés par k^3.

Démonstration dans le cas des pavés droits.



Si le pavé de droite est un agrandissement du pavé gauche de coefficient k, alors on a : $a' = k \times a$, $b' = k \times b$, et $h' = k \times h$.

Le volume du pavé de gauche est $V = a \times b \times h$

Le volume du pavé de droite est $V' = a' \times b' \times h'$

$$V' = a' \times b' \times h' = k \times a \times k \times b \times k \times h = k^3 \times a \times b \times h = k^3 \times V$$

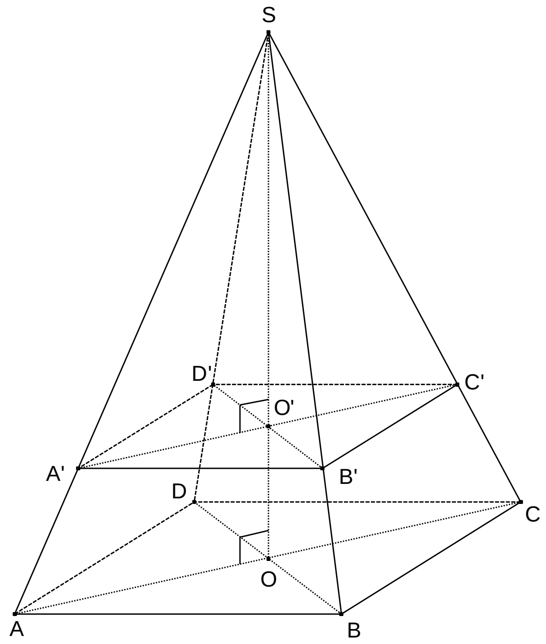
Comment calculer le coefficient d'agrandissement-réduction ?

1. On repère une distance connue sur les 2 solides.
2. On calcule le coefficient par la formule :

$$k = \frac{\text{distance sur le solide d'arrivée}}{\text{distance correspondante sur le solide de départ}}$$

Pour trouver le coefficient d'agrandissement-réduction, on repère une longueur connue sur le solide de d »part et sur le solide d'arrivée.

<u>Exemple</u> d'application 1



On donne une pyramide régulière de base ABCD et de sommet S.

On donne AB = 12 cm et OS = 21cm.

1°) Calculer le volume de SABCD.

On coupe cette pyramide par un plan parallèle à la base ABCD.

On obtient une réduction SA'B'C'D'.

On donne A'B' = 9 cm.

2°) Calculer le rapport de réduction.

En déduire le volume de SA'B'C'D'.

1°) Soit V le volume de SABCD.

$$V = (AB \times BC \times SO) \div 3$$

$$= (12 \times 12 \times 21) \div 3 = 1008 \text{ cm}^3.$$

Le volume de la pyramide SABCD est $\boxed{1008 \text{ cm}^3}$.

2°) Soit k le coefficient de réduction de SABCD vers SA'B'C'D'.

$$k = \frac{A'B'}{AB} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

Soit V' le volume de SA'B'C'D'.

$$V' = k^3 \times V = \left(\frac{3}{4}\right)^3 \times 1008 = 425{,}25 \text{ cm}^3$$

Le volume de SA'B'C'D' est $\boxed{425{,}25 \text{ cm}^3}$.

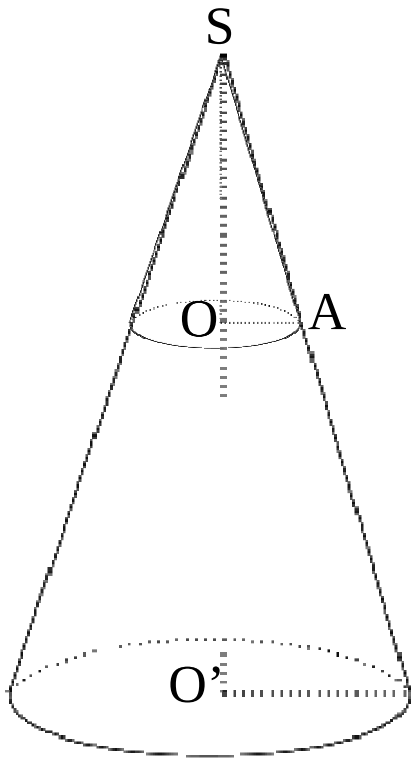
Exemple d'application 2

Sur la figure suivante, on donne les informations suivantes :

- SO = 6 cm
- AO = 5 cm
- SO' = 15 cm.

Calculer le volume du grand cône.

On donnera le volume en litre arrondi au millilitre près.



Soit V le volume du petit cône.

$$V = \frac{\pi \times R^2 \times h}{3} = \frac{\pi \times 5^2 \times 6}{3} = 50\pi \text{ cm}^3$$

Soit k le coefficient d'agrandissement du petit vers le grand cône.

$$k = \frac{SO}{SO'} = \frac{15}{6} = 2{,}5$$

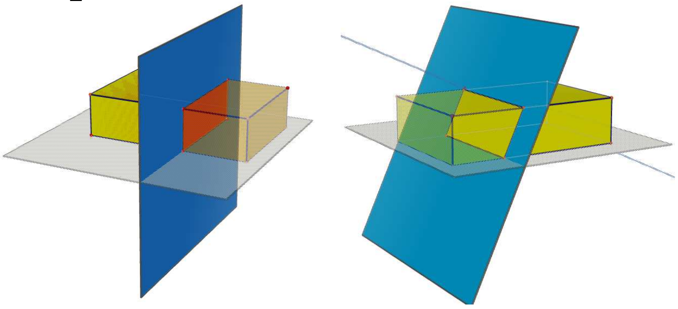
Soit V' le volume du grand cône.

$$V' = k^3 \times V = 2{,}5^3 \times 50\pi = 781{,}25\pi$$

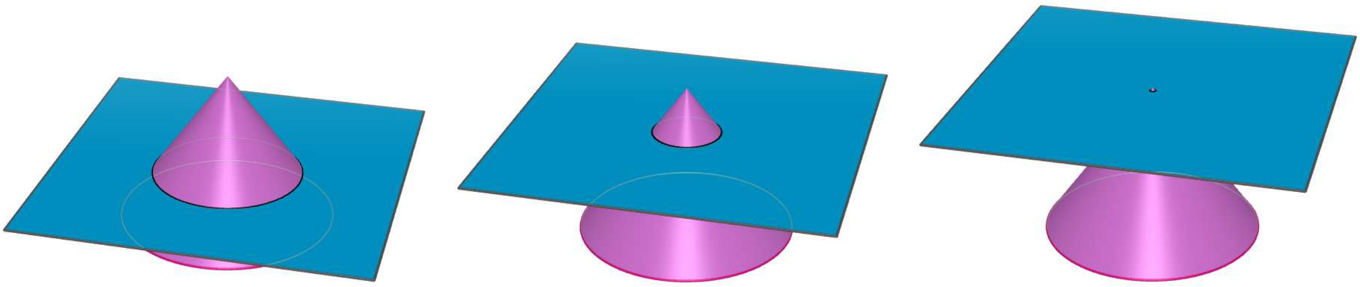
Le volume du grande cône est $\boxed{781{,}25\pi \approx 2454 \text{ cm}^3 = 2{,}454L}$.

VII – Sections

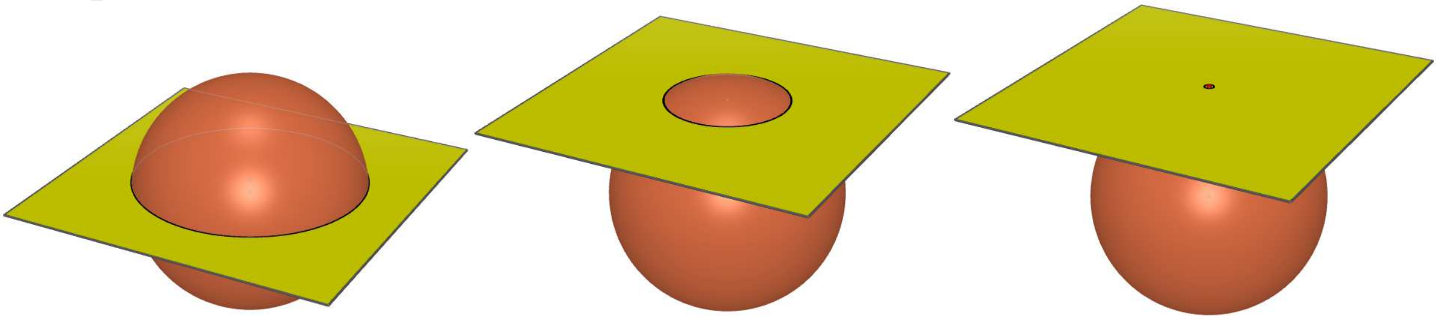
Le pavé droit



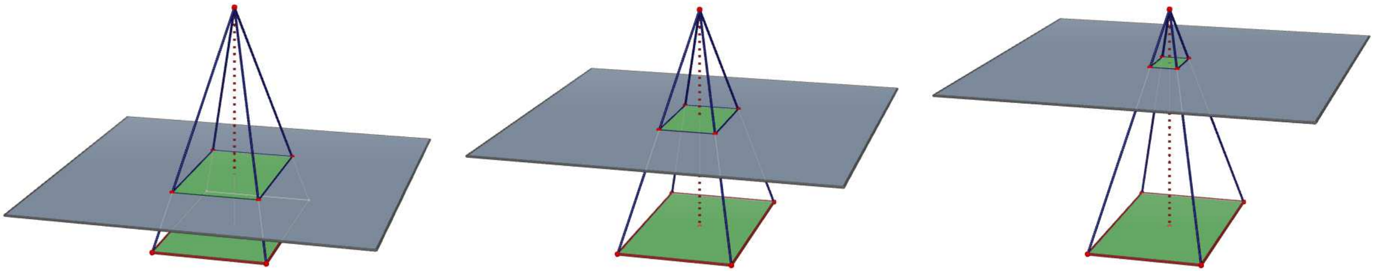
Le cône



La sphère



La pyramide



Le cylindre