Synthèse de géométrie

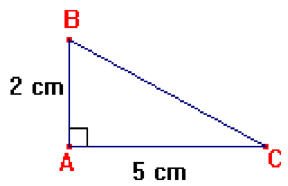
Pythagore, trigonométrie et Thalès

Quelle méthode choisir ?

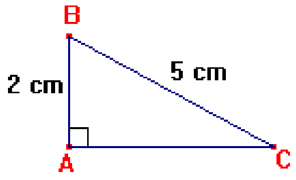
On connaît	On cherche	On utilise	Voir
. triangle rectangle . 2 côtés	. 1 côté	Théorème de Pythagore	Exemples 1 et 2
. 3 côtés d'un triangle	. triangle rectangle	Réciproque de Pythagore	Exemple 3
. 3 côtés d'un triangle	. triangle non rectangle	Contraposée de Pythagore	Exemple 4
. triangle rectangle . 1 angle aigu . 1 côté	. 1 coté	Trigonométrie	Exemple 5
. triangle rectangle . 2 côtés	. 1 angle	Trigonométrie	Exemple 6
. 2 droites sécantes . 2 droites parallèles . 3 mesures de longueur	. 1 mesure de longueur	Propriété de Thalès	Exemple 7
. 2 droites sécantes . 4 mesures de longueur	. 2 droites parallèles	Réciproque de Thalès	Exemple 8
. 2 droites sécantes . 4 mesures de longueur	. 2 droites non parallèles	Contraposée de Thalès	Exemple 9

Quelques exemples de rédaction :

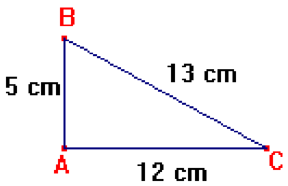
Exemple 1

Enoncé	Résolution	Remarques
 Calculer BC	Dans ABC rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore $BC^2 = AB^2 + AC^2$ donc $BC^2 = 2^2 + 5^2$ donc $BC^2 = 4 + 25 = 29$ donc $BC = \sqrt{29}$ cm	A ne pas oublier. Penser à justifier, éventuellement, pourquoi le triangle est rectangle (inscrit dans un cercle, …) On écrit la formule en isolant toujours l'hypoténuse (ici BC). On n'oublie pas les carrés. On remplace, dans la formule, par les valeurs connues. Penser à convertir si les mesures ne sont pas toutes dans la même unité. Calculer Mettre en valeur le résultat

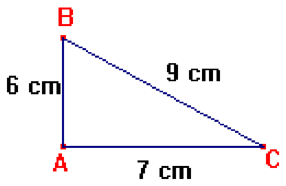
Exemple 2

Enoncé	Résolution	Remarques
 Calculer AC	Dans ABC rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore $BC^2 = AB^2 + AC^2$ donc $5^2 = 2^2 + AC^2$ donc $25 = 4 + AC^2$ donc $25 - 4 = AC^2$ donc $21 = AC^2$ $AC = \sqrt{21}$ cm	Même si l'on connaît l'hypoténuse, c'est quand même l'hypoténuse que l'on isole. Résoudre l'équation Mettre en valeur le résultat

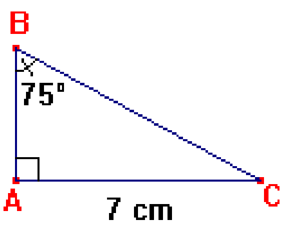
Exemple 3

Enoncé	Résolution	Remarques
 ABC est-il rectangle ?	Si ABC est rectangle, l'hypoténuse est [BC] car c'est le plus grand côté. D'une part : $BC^2 = 13^2 = 169$ D'autre part : $AB^2 + AC^2 = 5^2 + 12^2$ donc $AB^2 + AC^2 = 25 + 144 = 169$ Donc $BC^2 = AB^2 + AC^2$ donc, d'après la propriété réciproque de Pythagore, alors ABC est rectangle en A.	Le dessin pouvant être faux, il faut regarder les mesures des côtés pour déterminer le plus grand. On calcule le carré de l'hypoténuse. Bien séparer ces 2 calculs. On calcule la somme des carrés des deux autres côtés. Comparer les 2 résultats. Conclure. L'angle droit est le sommet opposé à l'hypoténuse.

Exemple 4

Enoncé	Résolution	Remarques
 ABC est-il rectangle ?	Si ABC est rectangle, l'hypoténuse est [BC] car c'est le plus grand côté. D'une part : $BC^2 = 9^2 = 81$ D'autre part : $AB^2 + AC^2 = 6^2 + 7^2 = 36 + 49 = 85$ Donc $BC^2 \neq AB^2 + AC^2$ D'après la contraposée de Pythagore, alors ABC n'est pas rectangle.	Conclure. Attention à la rédaction

Exemple 5

Enoncé	Résolution	Remarques
 Calculer BC	Dans ABC rectangle en A, $\sin(\hat{B}) = \frac{AC}{BC}$ donc $\sin(75°) = \frac{7}{BC}$ donc $\frac{\sin(75°)}{1} = \frac{7}{BC}$ donc $\sin(75°) \times BC = 1 \times 7$ donc $\sin(75°) \times BC = 7$ donc $BC = \frac{7}{\sin(75°)} \approx 7{,}25$ cm	A ne pas oublier. Penser à justifier, éventuellement, pourquoi le triangle est rectangle (inscrit dans un cercle, …) Choisir et appliquer la bonne formule de trigonométrie. Voir l'explication entre l'exemple 5 et l'exemple 6 pour ce choix. Remplacer par les valeurs connues. Transformer l'écriture en égalité de 2 fractions. On peut "sauter" cette étape dans la rédaction. Effectuer les produits en croix. Résoudre l'équation. Conclure. On tape sur la calculatrice : 7 $\boxed{\div}$ $\boxed{\text{SIN}}$ 75 $\boxed{=}$

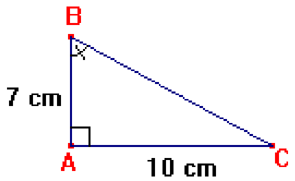
Pour déterminer quelle ligne trigonométrique choisir, il faut :

1. Déterminer ce que l'on connaît :
   - Une mesure de l'angle $\hat{B}$.
   - Une mesure de [AC] : le côté opposé.
2. Déterminer ce que l'on cherche :
   - Une mesure de [BC] l'hypoténuse.
3. Déterminer la bonne ligne trigonométrique.
   - Apprendre SOHCAHTOA qui signifie :

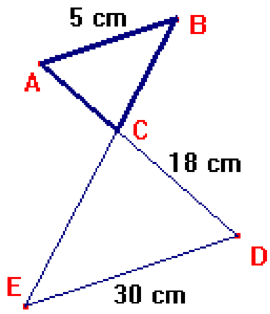
     Sinus = Opposé / Hypoténuse
     Cosinus = Adjacent / Hypoténuse
     Tangente = Opposé / Adjacent
   - Repérer la ligne dans laquelle apparaît les 3 informations connues

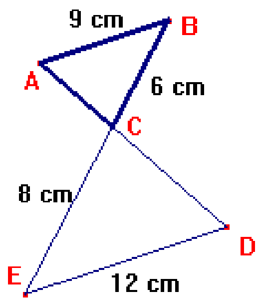
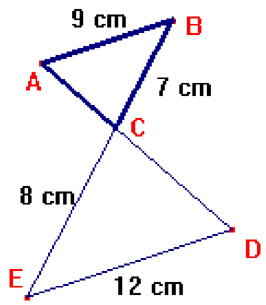
     Ici, on a un angle, son côté opposé et l'hypoténuse … il faut donc choisir le sinus.

Exemple 6

Enoncé	Résolution	Remarques
 Déterminer une mesure de $\widehat{B}$.	Dans ABC rectangle en A $\tan(\hat{B}) = \dfrac{AC}{AB}$ donc $\tan(\hat{B}) = \dfrac{10}{7}$ donc $\hat{B} = \arctan(\dfrac{10}{7}) \approx 55°$	Ecrire la formule avec les "lettres" Remplacer Sur la calculatrice, on tape : $\boxed{TAN^{-1}}\ \boxed{(}\ 10\ \boxed{\div}\ 7\ \boxed{)}\ \boxed{=}$ ou $\boxed{ATN}\ \boxed{(}\ 10\ \boxed{\div}\ 7\ \boxed{)}\ \boxed{=}$

Exemple 7

Enoncé	Résolution	Remarques
 On suppose que (AB)//(DE) Calculer AC	Comme (AB) // (DE) et comme A, C, D et B, C, E sont alignés, d'après la propriété de Thalès : $\dfrac{CD}{\mathbf{CA}} = \dfrac{CE}{\mathbf{CB}} = \dfrac{DE}{\mathbf{AB}}$ donc $\dfrac{18}{AC} = \dfrac{CE}{CB} = \dfrac{30}{5}$ donc $18 \times 5 = AC \times 30$ donc $90 = AC \times 30$ donc $AC = \dfrac{90}{30}$ donc AC = 3 cm.	Penser aux 2 conditions : 2 droites parallèles **ET** 2 séries de points alignés Ecrire les côtes d'un triangle, puis diviser chaque côté par le côté qui lui "correspond" dans l'autre triangle. Remplacer par ce que l'on connaît. Parmi les 3 quotients, en repérer 2 qui ne comportent qu'une inconnue (ici $\dfrac{18}{AC} = \dfrac{30}{5}$). Effectuer les produits en croix Résoudre l'équation

Exemple 8	Exemple 9	Remarques
 Les droites (AB) et (ED) sont-elles parallèles ?	 Les droites (AB) et (ED) sont-elles parallèles ?	Avant de commencer la résolution, on va supposer (dans sa tête ou sur le brouillon) que les droites (AB) et (DE) sont parallèles. La propriété de Thalès donnerait alors $\dfrac{CD}{\mathbf{CA}} = \dfrac{CE}{\mathbf{CB}} = \dfrac{DE}{\mathbf{AB}}$. Il faudra calculer, séparément, 2 de ses 3 rapports pour déterminer s'ils sont égaux.
D'une part $\dfrac{CE}{CB} = \dfrac{6}{8} = \dfrac{3}{4}$ D'autre part $\dfrac{DE}{AB} = \dfrac{9}{12} = \dfrac{3}{4}$ Donc $\dfrac{CE}{CB} = \dfrac{DE}{AB}$ et comme A, C, D et B, C, E sont alignés dans cet ordre d'après la propriété réciproque de Thalès alors (AB) et (DE) sont parallèles.	D'une part $\dfrac{CE}{CB} = \dfrac{7}{8}$ D'autre part $\dfrac{DE}{AB} = \dfrac{9}{12} = \dfrac{3}{4}$ Donc $\dfrac{CE}{CB} \neq \dfrac{DE}{AB}$ et comme A, C, D et B, C, E sont alignés dans cet ordre d'après la contraposée de Thalès alors (AB) et (DE) ne sont pas parallèles.	Calculer le premier rapport et le mettre sous la forme d'une fraction irréductible Calculer le deuxième rapport et le mettre sous la forme d'une fraction irréductible Comparer les 2 résultats Attention à l'ordre des points. Conclure. Attention à la rédaction.