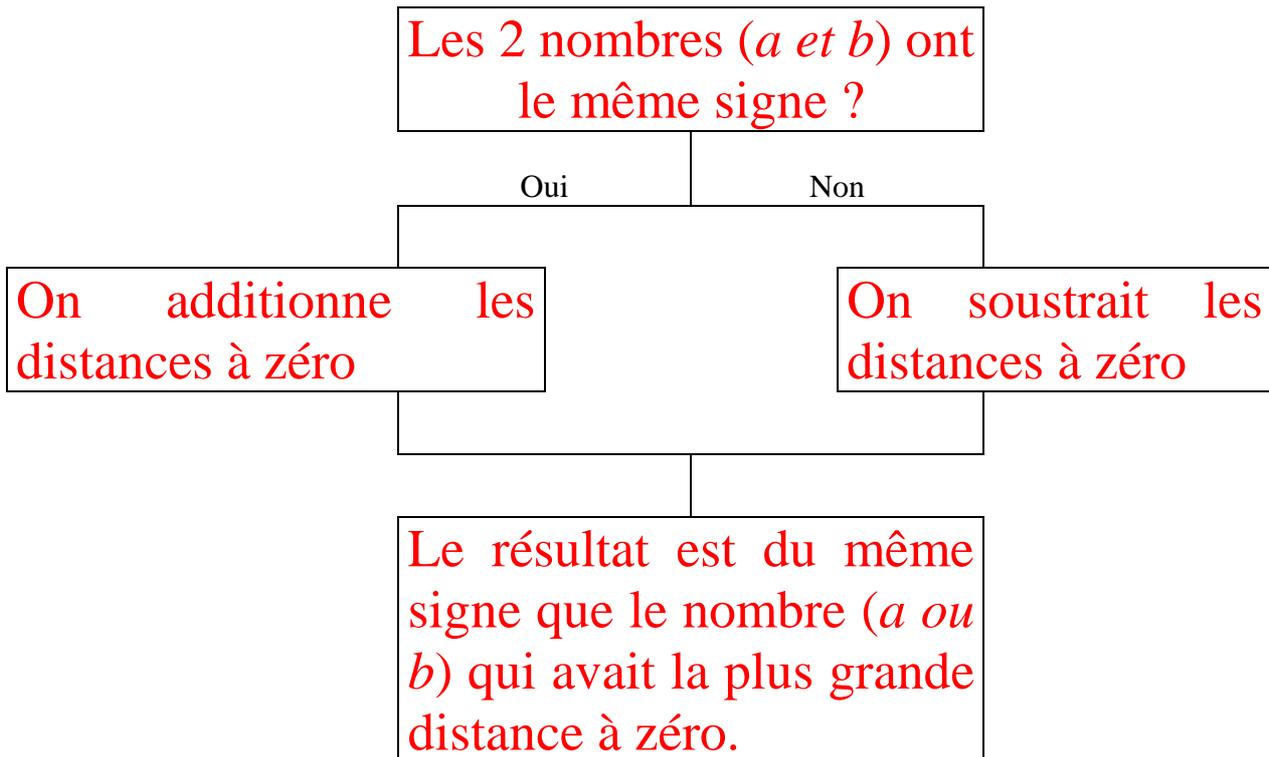


Rappels et compléments sur les calculs

I – Les nombres relatifs

Propriété admise

Pour additionner deux nombres relatifs ($a + b$), on procède comme suit :



Exemples :

$5 + 3$: 5 et 3 ont le même signe, donc on additionne leurs distances à zéro. Le résultat est du signe de 5 donc il est positif, donc $5 + 3 = 8$.

$(-5) + (-3)$: -5 et -3 ont le même signe, donc on additionne leurs distances à zéro. Le résultat est du signe de -5 donc il est négatif, donc $(-5) + (-3) = -8$.

$5 + (-3)$: 5 et -3 n'ont pas le même signe, donc on soustrait leurs distances à zéro. Le résultat est du signe de 5 donc il est positif, donc $5 + (-3) = 2$.

$(-5) + 3$: -5 et 3 n'ont pas le même signe, donc on soustrait leurs distances à zéro. Le résultat est du signe de -5 donc il est négatif, donc $(-5) + 3 = -2$.

Définition :

L'opposé d'un nombre a est le nombre noté $-a$ tel que
 $a + (-a) = 0$.

Astuce :

Pour prendre l'opposé d'un nombre, il suffit de changer son signe.

Exemples :

L'opposé de 2 est noté -2 et vaut -2

L'opposé de -2 est noté $-(-2)$ et vaut 2.

Définition :

Soustraire, c'est additionner l'opposé.

Exemples :

Soustraire 2 c'est additionner -2 .

Soustraire 5 c'est additionner -5 .

Soustraire -4 c'est additionner 4.

Soustraire -7 c'est additionner 7.

Astuce :

$$- 2 = + (-2)$$

$$- 5 = + (-5)$$

$$- (-4) = + 4$$

$$- (-7) = +7$$

Exemples de soustraction:

$$5 - 2 = 5 + (-2) = 3$$

$$4 - 5 = 4 + (-5) = -1$$

$$5 - (-4) = 5 + 4 = 9$$

$$6 - (-7) = 6 + 7 = 13$$

Astuce pour calculer une somme algébrique :

On supprime les parenthèses, puis on effectue le travail précédent en additionnant les positifs et les négatifs (veiller à bien garder le signe qui se trouve devant un nombre lors du "réarrangement").

Exemple :

$$\begin{aligned} & (-5) + 3 - 4 + 5 + (-3) - 4 + 7 \\ & = -5 + 3 - 4 + 5 - 3 - 4 + 7 \\ & = -5 - 4 - 3 - 4 + 3 + 5 + 7 \\ & = -16 + 15 = -1 \end{aligned}$$

Propriété : règle des signes admise

Le produit de deux nombres de même signe est positif

Le produit de deux nombres de signes contraires est négatif.

	\times	+	-
+		+	-
-		-	+

La règle des signes s'applique aussi pour les divisions.

Comment multiplier deux nombres relatifs ?

1. On multiplie leurs distances à zéro.

2. On détermine le signe en utilisant la règle des signes.

Exemples de produits :

$$5 \times 2 = +10 \quad 5 \times (-2) = -10 \quad (-5) \times 2 = -10 \quad (-5) \times (-2) = +10$$

Les 2 nombres ont le même signe, le produit est positif.

Les 2 nombres n'ont pas le même signe, le produit est négatif.

Les 2 nombres n'ont pas le même signe, le produit est négatif.

Les 2 nombres ont le même signe, le produit est positif.

$$10 \div 2 = +5 \quad 10 \div (-2) = -5 \quad (-10) \div (-2) = +5 \quad (-10) \div 2 = -5$$

Les 2 nombres ont le même signe, le quotient est positif.

Les 2 nombres n'ont pas le même signe, le quotient est négatif.

Les 2 nombres ont le même signe, le quotient est positif.

Les 2 nombres n'ont pas le même signe, le quotient est négatif.

Propriété admise

Pour déterminer le signe d'une expression numérique dans laquelle n'interviennent que des multiplications et des divisions, il suffit de compter le nombre de facteurs négatifs.

Si ce nombre de facteurs négatifs est pair (0, 2, 4, 6, 8 ...), le produit est positif.

Si ce nombre de facteurs négatifs est impair (1, 3, 5, 7, 9...), le produit est négatif.

Exemples :

$2 \times 5 \times (-4) \times 3 \times (-4) \times (-4) \times 5$ est négatif car il y a un nombre impair (3) de facteurs négatifs.

$2 \times (-5) \times (-4) \times 3 \times (-4) \times (-4) \times 5$ est positif car il y a un nombre pair (4) de facteurs négatifs.

ⓘ ATTENTION, la propriété précédente ne "marche" que s'il y a des multiplications et des divisions. Il ne faut surtout pas l'utiliser lorsqu'il y a des additions ou des soustractions.

Propriété priorités opératoires admise

Pour calculer une expression numérique, on procède selon l'ordre suivant :

1. On calcule l'intérieur des parenthèses. Si des parenthèses sont imbriquées (l'une dans l'autre), on commence par celles qui sont le plus à l'intérieur.
2. On effectue les multiplications et divisions.
3. On termine toujours par les additions et soustractions.

Exemple :

$$\begin{aligned} & 10 + 5 \times (3 - (3 + 5 \times 7)) \\ &= 10 + 5 \times (3 - (3 + 35)) \\ &= 10 + 5 \times (3 - (38)) \\ &= 10 + 5 \times (-35) \\ &= 10 + (-175) \\ &= -165 \end{aligned}$$

Astuce :

Dans le cas de parenthèses imbriquées, il peut être utile de mettre en couleur les paires de parenthèses pour repérer les calculs à effectuer.

II – Les fractions

Définitions

Un nombre en écriture fractionnaire s'écrit sous la forme

$$\frac{a}{b} \leftarrow \begin{array}{l} \text{le } \underline{\text{numérateur}} \\ \text{le } \underline{\text{dénominateur}} \end{array}$$

On parle de fraction lorsque l'on a une écriture fractionnaire qui a un numérateur et un dénominateur entiers.

On parle de fraction décimale lorsque l'on a une fraction dont le dénominateur est 10, 100, 1000, 10000 ...

Propriété addition de fractions de même dénominateur admise

$$\frac{a}{d} + \frac{b}{d} = \frac{a+b}{d} \quad \text{et} \quad \frac{a}{d} - \frac{b}{d} = \frac{a-b}{d}$$

Exemples

$$\frac{1}{2} + \frac{8}{2} = \frac{1+8}{2} = \frac{9}{2}$$

$$\frac{1}{3} - \frac{8}{3} = \frac{1-8}{3} = \frac{-7}{3}$$

$$\frac{-1}{2} - \frac{8}{2} = \frac{-1-8}{2} = \frac{-9}{2}$$

$$\frac{-15}{6} - \frac{-8}{6} = \frac{-15 - (-8)}{6} = \frac{-15+8}{6} = \frac{-7}{6}$$

Propriété égalité de fractions admise

Deux fractions sont égales, si pour passer de l'une à l'autre, on multiplie (ou on divise) le numérateur et dénominateur de la première par un même nombre non nul afin d'obtenir le numérateur et le dénominateur de la deuxième.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times c}{b \times c} = \frac{ac}{bc}$$

Exemples

$$\frac{5}{2} = \frac{5 \times 7}{2 \times 7} = \frac{35}{14}$$

$$\frac{3}{7} = \frac{3 \times 8}{7 \times 8} = \frac{24}{56}$$

$$\frac{45}{25} = \frac{45 \div 5}{25 \div 5} = \frac{9}{5}$$

$$\frac{72}{24} = \frac{72 \div 2}{24 \div 2} = \frac{36}{12} = \frac{36 \div 2}{12 \div 2} = \frac{18}{6} = 3$$

Définition

Simplifier une fraction, c'est écrire une fraction égale à la première telle que la distance à zéro de son numérateur (et de son dénominateur) soit plus petite.

Remarque

Dans les calculs, il faut toujours simplifier (le plus possible) les résultats obtenus.

On verra en 3^{ème} une méthode où l'on est sûr de simplifier au maximum (Le PGCD). Pour la 4^{ème}, la calculatrice le fait ...

Comment transformer une écriture fractionnaire en fractions ?

On utilise la règle d'égalité des fractions pour obtenir un numérateur et un dénominateur entiers (on peut multiplier par 10, 100, 1000, 10000, ...).

Il peut être nécessaire de simplifier la fraction

Exemples

$$\frac{5,2}{2} = \frac{5,2 \times 10}{2 \times 10} = \frac{52}{20} = \frac{26}{10} = \frac{13}{5} \qquad \frac{4,5}{3,7} = \frac{4,5 \times 10}{3,7 \times 10} = \frac{45}{37}$$

$$\frac{4,51}{3,7} = \frac{4,51 \times 100}{3,7 \times 100} = \frac{451}{370}$$

Définition :

Mettre deux fractions au même dénominateur, c'est se "débrouiller" (en utilisant la propriété d'égalité de fractions) pour que les deux fractions aient le même dénominateur.

Remarque :

Un dénominateur commun peut être le produit des dénominateurs.

Comment additionner deux fractions de dénominateurs différents ?

On se "débrouille" pour les mettre au même dénominateur puis on utilise la propriété d'addition ci-dessus.

Exemples :

$$\frac{7}{2} + \frac{5}{3} = \frac{7 \times 3}{2 \times 3} + \frac{5 \times 2}{2 \times 3} = \frac{21}{6} + \frac{10}{6} = \frac{31}{6}$$

$$\frac{5}{34} + \frac{8}{51} = \frac{5 \times 51}{34 \times 51} + \frac{8 \times 34}{34 \times 51} = \frac{255}{1734} + \frac{272}{1734} = \frac{527}{1734}$$

Remarque :

Cette méthode "marche" très bien, mais il faut penser à simplifier les fractions. Ici, $\frac{527}{1734} = \frac{31}{102}$.

Astuce :

Pour chercher un dénominateur commun, on cherche un multiple commun aux deux dénominateurs (ici 34 et 51). Pour cela, on écrit la table des multiples de chacun des deux nombres et on prend le plus petit multiple qui se trouve dans les deux listes.

Multiples de 34	34	68	102	...
Multiples de 51	51	102	...	

102 est le plus petit multiple commun à 34 et 51. Il est inutile de poursuivre la liste des multiples.

$$\frac{5}{34} + \frac{8}{51} = \frac{15}{102} + \frac{16}{102} = \frac{31}{102}$$

Cette méthode peut être très longue ...

Signes des fractions

Une fraction est une division, donc la règle des signes s'applique pour déterminer le signe d'une fraction (on compte le nombre de termes négatifs).

Exemples :

$$\frac{-3}{4} = \frac{3}{-4} = -\frac{-3}{-4} = -\frac{3}{4}$$

$$\frac{-3}{-4} = \frac{3}{4}$$

Il y a 1 (ou 3) terme(s) négatif(s), donc le résultat est négatif. | Il y a 2 termes négatifs, donc le résultat est positif.

Propriété multiplication de fractions admise

Pour multiplier deux fractions, il suffit de multiplier les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

Astuce

Pour déterminer le signe, on utilise la règle des signes.

Exemples

$$\frac{4}{5} \times \frac{3}{2} = \frac{4 \times 3}{5 \times 2} = \frac{12}{10} = \frac{6}{5}$$

$$\frac{-5}{3} \times \frac{-8}{-4} = -\frac{5 \times 8}{3 \times 4} = -\frac{40}{12} = -\frac{10}{3}$$

Il y a 3 termes négatifs, donc le résultat est négatif.

Définition :

Prendre une fraction d'une quantité c'est multiplier cette quantité par la fraction.

Exemples :

Prendre $\frac{4}{5}$ de 1200 c'est prendre

$$\frac{4}{5} \times 1200 = \frac{4 \times 1200}{5} = \frac{4800}{5} = 960.$$

Prendre 15% de 320 €, c'est prendre $\frac{15}{100}$ de 320 €, c'est

prendre $\frac{15}{100} \times 320 = \frac{15 \times 320}{100} = \frac{4800}{100} = 48$ €.

$$\Delta \quad \left| \quad 2 \times \frac{3}{5} \neq \frac{2 \times 3}{2 \times 5} \quad \text{mais} \quad 2 \times \frac{3}{5} = \frac{2}{1} \times \frac{3}{5} = \frac{2 \times 3}{1 \times 5} = \frac{6}{5} \right.$$

Définition :

L'inverse d'un nombre a non nul est le nombre qui multiplié par a vaut 1. L'inverse de a est noté : a^{-1} .

Exemples :

L'inverse de 2 est 0,5 car $2 \times 0,5 = 1$

L'inverse de 4 est 0,25 car $4 \times 0,25 = 1$

L'inverse de 0,8 est 1,25 car $0,8 \times 1,25 = 1$

Propriété :

L'inverse du nombre a vaut $\frac{1}{a}$.

L'inverse de la fraction $\frac{a}{b}$ est $\frac{b}{a}$.

Exemples :

Nombre	2	-5	$\frac{3}{4}$	$\frac{-5}{6}$	$-\frac{6}{7}$	0
Inverse	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{-5} = -\frac{1}{5}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{6}{-5} = -\frac{6}{5}$	$-\frac{7}{6}$	N'existe pas

Ne pas confondre inverse et opposé.

- △ L'opposé de 2 est -2.
L'inverse de 2 est $\frac{1}{2}$.

Définition :

Diviser c'est multiplier par l'inverse.

Exemples :

Diviser par 5 c'est multiplier par $\frac{1}{5}$.

Diviser par $\frac{3}{4}$ c'est multiplier par $\frac{4}{3}$.

Diviser par $-\frac{4}{7}$ c'est multiplier par $-\frac{7}{4}$.

Exemples :

$$\frac{3}{2} \div 5 = \frac{3}{2} \times \frac{1}{5} = \frac{3}{10}$$



On inverse uniquement le nombre se trouvant après le symbole de division et pas celui qui est avant.

$$\frac{5}{2} \div \frac{3}{4} = \frac{5}{2} \times \frac{4}{3} = \frac{20}{6} = \frac{10}{3}$$

$$\frac{5}{2} \div \frac{-4}{7} = \frac{5}{2} \times \frac{-7}{4} = -\frac{35}{8}$$

$$2 \div \frac{3}{4} = 2 \times \frac{4}{3} = \frac{8}{3}$$

Remarques :

- $\frac{3}{5}$ est une notation de $3 \div 5$ qui vaut 0,6.
- Il n'est pas possible de donner une valeur décimale pour toutes les fractions (exemple : $1/3 \approx 0,33$).

Attention à la position, du signe d'égalité lorsqu'il y a des fractions à "étages".

$$\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}} = \frac{1}{2} \div 3 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \approx 0,17$$

mais $\frac{1}{\frac{2}{3}} = 1 \div \frac{2}{3} = 1 \times \frac{3}{2} = \frac{3}{2} = 1,5$

Exemples : de calculs complexes

$$\frac{\frac{1}{2} + \frac{3}{4}}{\frac{1}{2} - \frac{3}{4}} = \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \right) \div \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{4} \right) = \left(\frac{2}{4} + \frac{3}{4} \right) \div \left(\frac{2}{4} - \frac{3}{4} \right)$$

$$= \frac{5}{4} \div \frac{-1}{4} = \frac{5}{4} \times \frac{-4}{1} = \frac{-20}{4} = -5$$

$$\frac{\frac{1}{2} + \frac{3}{4}}{\frac{5}{6} - \frac{7}{8}} = \frac{\frac{2}{4} + \frac{3}{4}}{\frac{20}{24} - \frac{21}{24}} = \frac{\frac{5}{4}}{-\frac{1}{24}} = -\frac{5}{4} \times \frac{24}{1}$$

$$= -\frac{5}{4} \times \frac{6 \times 4}{1} = -\frac{30}{1} = -30$$

$$-1 - \frac{5}{12} \div \left(\frac{66}{99} - \frac{18}{12} \right) = -1 - \frac{5}{12} \div \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{2} \right)$$

$$= -1 - \frac{5}{12} \div \left(\frac{4}{6} - \frac{9}{6} \right) = -1 - \frac{5}{12} \div \frac{-5}{6}$$

$$= -1 - \frac{5}{2 \times 6} \times \frac{6}{-5} = -1 + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{\left(\frac{3}{2} - \frac{1}{3}\right) \times \frac{13}{14}}{\frac{4}{3} - \frac{5}{7}} = \frac{\left(\frac{9}{6} - \frac{2}{6}\right) \times \frac{13}{14}}{\frac{28}{21} - \frac{15}{21}}$$

$$= \frac{\frac{7}{6} \times \frac{13}{14}}{\frac{13}{21}} = \frac{13}{12} = \frac{13}{12} \times \frac{21}{13} = \frac{21}{12} = \frac{7}{4}$$

III – Les puissances

Définition :

Le nombre noté a^n qui se lit « a exposant n » est le produit de n facteurs tous égaux à a.

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a \times a}_{n \text{ facteurs}}$$

Exemples :

$$2^5 = \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}_{5 \text{ facteurs}} = 32$$

$$3^4 = \underbrace{3 \times 3 \times 3 \times 3}_{4 \text{ facteurs}} = 81$$

$$(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) = -8$$

3 facteurs

Remarques :

a^2 se lit "a exposant 2" ou "a au carré"

a^3 se lit "a exposant 3" ou "a au cube"

❗ Ne pas confondre le signe de multiplication "×" avec le signe pour la lettre "x". Il faut adopter une convention d'écriture claire.

Astuce :

La règle des signes s'applique pour le calcul des puissances.

Le signe de a^n est positif si :

- a est positif
- a est négatif **et** n est pair (0, 2, 4, 6, 8, 10 ...).

Le signe de a^n est négatif si : a est négatif **et** n est impair (1, 3, 5, 7, 9, 11 ...).

Exemples :

4^5 est positif

$(-4)^5$ est négatif car il y a **5** facteurs négatifs.

$(-10)^8$ est positif car il y a **8** facteurs négatifs.

Propriété : admise

Pour calculer une expression numérique, on procède selon l'ordre suivant :

1. On calcule l'intérieur des parenthèses. Si des parenthèses sont imbriquées (l'une dans l'autre), on commence par celles qui sont le plus à l'intérieur.
2. On calcule les puissances.
3. On effectue les multiplications et divisions.
4. On termine toujours par les additions et soustractions.

Exemple

$$\begin{aligned} & 4 \times 5^2 \times (5 - 4 \times 3) \\ &= 4 \times 5^2 \times (5 - 12) \\ &= 4 \times 5^2 \times (-7) \\ &= 4 \times 25 \times (-7) \\ &= 100 \times (-7) \\ &= \boxed{-700} \end{aligned}$$

⚠ Attention à la position du signe "-" dans le calcul des puissances

$$(-2)^4 = 16 \text{ car } (-2)^4 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = +16$$

$$-2^4 = -16 \text{ car } -2^4 = -2 \times 2 \times 2 \times 2 = -16$$

La puissance est prioritaire sur le signe "-" qui correspond à une soustraction. On calcule d'abord la puissance.

Propriété : admise

$$x^a \times x^b = x^{a+b}$$

Exemples :

$$2^3 \times 2^7 = 2^{3+7} = 2^{10}$$

$$3^4 \times 3^7 = 3^{4+7} = 3^{11}$$

$$(-2)^4 \times (-2)^5 = (-2)^{4+5} = (-2)^9$$

$$5^5 \times 5^2 = 5^{5+2} = 5^7$$

"Justification" :

$$2^3 \times 2^7 = \frac{2 \times 2 \times 2}{3 \text{ facteurs}} \times \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}{7 \text{ facteurs}}$$

$$= \frac{2 \times 2 \times 2}{3 + 7 = 10 \text{ facteurs}} = 2^{10}$$

Propriété : admise

$$x^a \times y^a = (x \times y)^a$$

Exemples

$$2^3 \times 5^3 = (2 \times 5)^3 = 10^3 = 1000$$

$$3^2 \times 4^2 = (3 \times 4)^2 = 12^2 = 144$$

$$20^3 = (2 \times 10)^3 = 2^3 \times 10^3 = 8 \times 1000 = 8000$$

"Justification"

$$\begin{aligned} 2^3 \times 5^3 &= \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} \\ &\quad \times \begin{array}{|c|} \hline 5 \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline 5 \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline 5 \\ \hline \end{array} \\ &\quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ &= \begin{array}{|c|} \hline 10 \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline 10 \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline 10 \\ \hline \end{array} \\ &= 10^3 \end{aligned}$$

Propriété : admise

$$(x^a)^b = x^{a \times b}$$

Exemples :

$$(2^3)^4 = 2^{3 \times 4} = 2^{12} = 4\,096$$

$$(10^3)^2 = 10^{3 \times 2} = 10^6 = 1\,000\,000$$

$$[(-3)^2]^3 = (-3)^{2 \times 3} = (-3)^6 = 729$$

"Justification" :

$$(2^3)^4 = 2^3 \times 2^3 \times 2^3 \times 2^3 = 2^{3+3+3+3} = 2^{3 \times 4} = 2^{12}$$

Propriété : admise

Si $x \neq 0$ alors $x^0 = 1$ 0^0 n'existe pas

Exemples :

$$4^0 = 1 \quad (-4)^0 = 1 \quad \pi^0 = 1 \quad 2,7^0 = 1 \quad (-3,5)^0 = 1 \quad -4^0 = -1$$

Propriété

$$x^{-n} = \frac{1}{x^n}$$

Démonstration

$$n + (-n) = 0$$

donc $x^{n+(-n)} = x^0$

donc $x^n \times x^{-n} = 1$

donc x^n et x^{-n} sont inverses l'un de l'autre

donc $x^{-n} = \frac{1}{x^n}$

Exemples

$$2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8} \qquad 5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125}$$

$$(-2)^{-5} = \frac{1}{(-2)^5} = \frac{1}{-32} = -\frac{1}{32}$$

Propriété

$$\frac{x^a}{x^b} = x^{a-b}$$

Démonstration

$$\frac{x^a}{x^b} = x^a \div x^b = x^a \times \frac{1}{x^b} = x^a \times x^{-b} = x^{a+(-b)} = x^{a-b}$$

Exemples :

$$\frac{2^{15}}{2^7} = 2^{15-7} = 2^8 = 256$$

$$\frac{3^5}{3^{-2}} = 3^{5-(-2)} = 3^7 = 2187$$

$$\frac{5^{15}}{5^{18}} = 5^{15-18} = 5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125}$$

$$\frac{10^{15}}{10^7} = 10^{15-7} = 10^8 = 100000000$$

$$\frac{10^{15}}{10^{18}} = 10^{15-18} = 10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000} = 0,001$$

Propriété : admise

$$\left(\frac{x}{y}\right)^a = \frac{x^a}{y^a}$$

Exemples :

$$\left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{3^2}{5^2} = \frac{9}{25}$$

$$\left(-\frac{5}{3}\right)^4 = \frac{5^4}{3^4} = \frac{625}{81}$$

$$\left(-\frac{5}{3}\right)^3 = -\frac{5^3}{3^3} = -\frac{125}{27}$$

$$\frac{40^3}{4^3} = \left(\frac{40}{4}\right)^3 = 10^3 = 1000$$

Remarque :

$$10^{-3} = 0,001 \quad 10^{-2} = 0,01 \quad 10^{-1} = 0,1 \quad 10^0 = 1 \quad 10^1 = 10 \\ 10^2 = 100 \quad 10^3 = 1000 \quad 10^4 = 10000$$

Propriété : admise

Soit n un entier positif.

10^n s'écrit avec un "1" suivi de n "0".

10^{-n} s'écrit "0,0...01" avec n "0" au total.

Exemples :

$$10^7 = 1 \underbrace{0000000}_{7 \text{ zéros}} \quad 10^{-8} = \underbrace{0,00000001}_{8 \text{ zéros}}$$

Définition :

Un nombre est dit sous la forme scientifique (ou en notation scientifique) s'il s'écrit sous la forme :

$$a \times 10^n$$

- où :
- a est un nombre décimal dont la distance à zéro est supérieure ou égale à 1 et strictement inférieure à 10 (elle ne peut pas être égale à 10)
 - n est un entier relatif (positif ou négatif)

Exemples de nombres n'étant pas en notation scientifique :

$$15$$

Il manque $\times 10^{\dots}$

$$10^3$$

*Il manque un nombre
devant*

$$15 \times 10^4$$

*Le nombre devant est
supérieur à 10.*

$$10 \times 10^4$$

*Le nombre devant
n'est pas strictement
inférieur à 10.*

$$0,8 \times 10^4$$

*Le nombre devant
n'est pas supérieur à
1.*

$$1,5 \times 10^{4,5}$$

*L'exposant n'est pas
entier*

Exemples de nombres en notation scientifique :

$$1 \times 10^4$$

$$1,5 \times 10^{-5}$$

$$-1 \times 10^{42}$$

$$-9,5 \times 10^{11}$$

$$-3,14 \times 10^{-5}$$

$$5 \times 10^7$$

$$4 \times 10^{-11}$$

$$-1 \times 10^0$$

Astuces :

Si n est positif, multiplier par 10^n c'est décaler la virgule de n rangs vers la droite.

Si n est négatif, multiplier par 10^{-n} c'est décaler la virgule de n rangs vers la gauche.

Exemples passage de la notation scientifique à la notation décimale.

$$4,52 \times 10^4 = 45200$$

$$4,52 \times 10^{-4} = 0,000452$$

Exemples : passage de la notation décimale à la notation scientifique.

$$123,45 = 1,2345 \times 10^2$$

$$0,012345 = 1,2345 \times 10^{-2}$$

$$\underline{123,45} \times 10^5 = \underline{1,2345 \times 10^2} \times 10^5 = 1,2345 \times 10^7$$

Astuce :

Pour faire un calcul avec des nombres en notation scientifique (où apparaissent uniquement des quotients ou produits), on commence par regrouper les nombres décimaux et les puissances de 10.

Exemples : de calculs avec des nombres en notation scientifique.

$$12 \times 10^4 \times 55 \times 10^8 = 12 \times 55 \times 10^4 \times 10^8 = \underline{660} \times 10^{12} \\ = \underline{6,6 \times 10^2} \times 10^{12} = 6,6 \times 10^{14}$$

$$25 \times 10^{-14} \times (-400) \times 10^8 = 25 \times (-400) \times 10^{-14} \times 10^8 \\ = \underline{-10000} \times 10^{-6} = \underline{-1 \times 10^4} \times 10^{-6} = -1 \times 10^{-2}$$

$$0,0055 \times 10^7 \times 2 \times 10^8 = 0,0055 \times 2 \times 10^7 \times 10^8 = \underline{0,011} \times 10^{15} \\ = \underline{1,1 \times 10^{-2}} \times 10^{15} = 1,1 \times 10^{13}$$

$$\frac{45 \times 10^{23} \times 24 \times 10^{-4}}{18 \times 10^5} = \frac{45 \times 24}{18} \times \frac{10^{23} \times 10^{-4}}{10^5} \\ = \frac{1080}{18} \times \frac{10^{19}}{10^5} = 60 \times 10^{14} = 6 \times 10^1 \times 10^{14} = 6 \times 10^{15}$$

$$\frac{1,5 \times 10^{12} \times 0,4 \times 10^{-4}}{32 \times 10^{-5}} = \frac{1,5 \times 0,4}{32} \times \frac{10^{12} \times 10^{-4}}{10^{-5}}$$

$$= \frac{0,6}{32} \times \frac{10^8}{10^{-5}} = 0,01875 \times 10^{13}$$

$$= 1,875 \times 10^{-2} \times 10^{13} = 1,875 \times 10^{11}$$

Utilisation de la calculatrice :

Pour calculer avec des puissances on utilise la touche :



Dans la suite, on nommera $\boxed{x^y}$ cette touche.

Pour calculer $5^3 \times 2 - (2 - 5)^4$ on tape

$$5 \boxed{x^y} 3 \times 2 - (2 - 5) \boxed{x^y} 4$$

On trouve 169.

Pour calculer avec des puissances on utilise la touche :



Dans la suite, on nommera $\boxed{\times 10^{\blacksquare}}$ cette touche. Elle remplace l'appui sur les touches $\boxed{\times 10} \boxed{x^{\blacksquare}}$

Pour calculer $12 \times 10^4 \times 55 \times 10^8$ on tape

$$12 \boxed{\times 10^{\blacksquare}} 4 \times 55 \boxed{\times 10^{\blacksquare}} 8$$

On trouve $6,6 \times 10^{14}$.

ⓘ Ne pas confondre puissance et notation scientifique.

$$2 \times 10^5 = 200000 \text{ et } 2^5 = 32.$$

Lorsque la machine affiche $\boxed{2 \quad \quad \quad 5}$, il faut comprendre (**ET ECRIRE**) 2×10^5